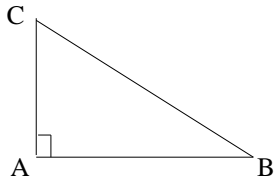


Triangle rectangle

A- Théorème de Pythagore

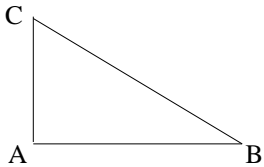
1. Théorème direct



Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Hypothèses : ABC est rectangle en A
Conclusion : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

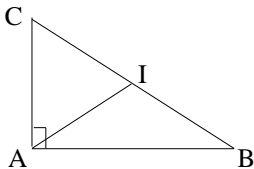
2. Théorème réciproque



Dans un triangle, si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est un triangle rectangle, l'hypoténuse étant le plus grand côté.

Hypothèses : $BC^2 = AB^2 + AC^2$
Conclusion : ABC est rectangle en A

B- Théorème de la médiane



Dans un triangle rectangle, la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de l'hypoténuse.

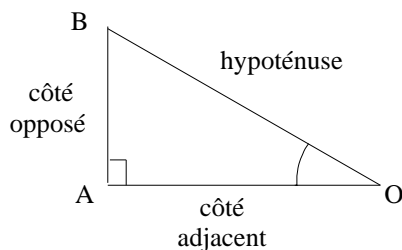
Hypothèses : ABC rectangle en A et I milieu de [BC]

Conclusion : $AI = BC/2$

Conséquence : le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit.

C- Rapports trigonométriques

1. Définitions



Dans un triangle rectangle,

1- le sinus d'un angle aigu est le quotient du côté opposé à l'angle sur l'hypoténuse.

2- le cosinus d'un angle aigu est le quotient du côté adjacent à l'angle sur l'hypoténuse.

3- la tangente d'un angle aigu est le quotient du côté opposé à l'angle sur le côté adjacent à l'angle.

Soit AOB un triangle rectangle en A. On s'intéresse à l'angle \widehat{AOB} .

AO est appelé côté adjacent à \widehat{AOB} . AB est appelé côté opposé à \widehat{AOB} .

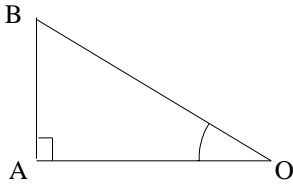
$$\sin(\widehat{AOB}) = \frac{AB}{OB}, \cos(\widehat{AOB}) = \frac{OA}{OB} \text{ et } \tan(\widehat{AOB}) = \frac{AB}{OA}.$$

2. Utilisation de la calculatrice

Les calculatrices scientifiques permettent d'effectuer deux types de calcul sur les rapports trigonométriques.

1- obtenir le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle à partir de sa mesure en degrés ou en radians; cela permet de calculer les longueurs des côtés d'un triangle rectangle.

Exemple



AOB est rectangle en A, $OB=6$ et $\widehat{AOB}=32^\circ$.

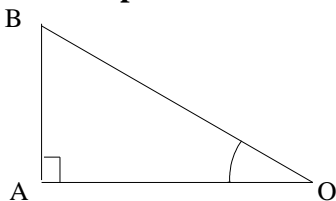
Calculer OA.

$$\cos(\widehat{AOB}) = \frac{OA}{OB} \text{ donc } OA = OB \cdot \cos(\widehat{AOB}) = 6 \cdot \cos(32^\circ).$$

La calculatrice donne $\cos(32^\circ) \approx 0,8490480962$, on en déduit que $OA \approx 5,1$.

2- obtenir la mesure en degrés ou en radians d'un angle à partir de son sinus, de son cosinus ou de sa tangente; cela permet de calculer les mesures des angles aigus d'un triangle rectangle.

Exemple



AOB est un triangle rectangle en A, $OA=6$ et $AB=4$.

Calculer \widehat{AOB} à 1° près.

$$\tan(\widehat{AOB}) = \frac{AB}{OA} = \frac{4}{6} \approx 0,66666666666667$$

La calculatrice donne $\widehat{AOB} \approx 33,69006753$, on en déduit $\approx 34^\circ$.