

# Organiser un calcul

*Le calcul d'expressions mathématiques formées par plusieurs opérations doit se faire dans un ordre précis qui garantit un résultat unique. Cet ordre est fixé par la règle des priorités des opérations et l'utilisation de parenthèses. L'écriture mathématique de certaines expressions (comme les fractions) ne peut être directement reproduite sur les calculatrices, elle implique parfois le rétablissement de parenthèses qui étaient sous-entendues.*

## A. L'ordre des calculs

---

*Lorsqu'on doit calculer des suites d'opérations, il est essentiel de faire ses calculs dans le bon ordre. Celui-ci est dicté par la règle des priorités et l'utilisation des parenthèses.*

### 1- Règle des priorités

Pour effectuer une suite d'opérations, on calcule :

- d'abord les expressions entre parenthèses
- ensuite les puissances
- ensuite les multiplications et les divisions
- enfin les additions et les soustractions

#### Exemple

Calculons l'expression  $A = 10 - 3 \times (7 - 10)^2$ .

$$A = 10 - 3 \times (7 - 10)^2$$

$$\text{Parenthèses : } 7 - 10 = -3.$$

$$A = 10 - 3 \times (-3)^2$$

$$\text{Puissance 2 : } (-3)^2 = 9.$$

$$A = 10 - 3 \times 9$$

$$\text{Multiplication : } 3 \times 9 = 27$$

$$A = 10 - 27$$

$$\text{Soustraction : } 10 - 27 = -17$$

$$A = -17$$

### 2- Utilisation des parenthèses

Les parenthèses servent à modifier l'ordre de calcul induit par la règle des priorités sur les opérations.

Ainsi si on désire qu'une addition soit effectuée avant une multiplication, on doit mettre cette addition entre parenthèses.

#### Exemple

Pour écrire le produit de 5 par la somme de 12 et 8, nous écrirons  $5 \times (12 + 8)$ , en effet sans les parenthèses le produit  $5 \times 12$  aurait dû être effectué avant l'addition.

De même si une multiplication doit être effectuée avant une élévation à une puissance, on doit mettre cette multiplication entre parenthèses.

#### Exemple

Pour mettre au carré le produit de 3 par 5, nous écrirons  $(3 \times 5)^2$ , en effet sans les parenthèses seul 5 serait mis au carré.

### 3- Parenthèses, puissances et signe moins

Lorsqu'on veut élever un nombre négatif à une puissance, il est indispensable de l'écrire entre parenthèses. Si elles sont absentes, l'exposant ne s'applique qu'à la valeur absolue.

#### Exemple

Comparons les expressions  $-2^4$  et  $(-2)^4$

$-2^4$  signifie  $-2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16$  alors que  $(-2)^4$  signifie  $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$ .

Les deux résultats obtenus sont différents.

## B. Utiliser une calculatrice

---

*Les calculatrices scientifiques appliquent la règle des priorités pour effectuer les calculs. Cependant, il est parfois nécessaire de rétablir des parenthèses qui sont sous-entendues dans l'écriture mathématique usuelle.*

### 1- Ecriture usuelle et écriture en ligne

L'écriture usuelle des formules mathématiques fait intervenir certaines conventions qui ne peuvent pas être reproduites directement sur les calculatrices (ou les logiciels de calcul comme les tableurs). Celles-ci n'acceptent que des calculs écrits sur une seule ligne et ne permettent donc pas l'affichage sous forme de fraction ou de puissance.

Les fractions sont des quotients, on utilise donc la touche de division pour les écrire.

$\frac{3}{4}$  deviendra ainsi  $3 \div 4$  sur la calculatrice.

L'élévation à une puissance correspond en général à une touche représentant un accent circonflexe (^).

$5^3$  deviendra donc  $5 \hat{3}$  sur la calculatrice.

### 2- Rétablir des parenthèses sous-entendues

Considérons l'expression  $\frac{8+7}{4+6}$ , et essayons de l'écrire sur une calculatrice.

Dans l'écriture sous forme de fraction, aucune parenthèse n'est utilisée pour indiquer que les additions  $8+7$  et  $4+6$  doivent être effectuées avant la division. La longueur de la barre de fraction et la position des opérations jouent en fait le rôle des parenthèses qui sont alors sous-entendues.

Pour entrer notre expression dans la calculatrice nous ne pouvons plus utiliser la barre de fraction comme indicateur des priorités, il devient alors obligatoire de rétablir les parenthèses sous-entendues.

$\frac{8+7}{4+6}$  va devenir  $(8+7) \div (4+6)$  pour la calculatrice.

Oublier de rétablir les parenthèses conduit à des résultats faux.

En effet :

$(8+7) \div (4+6) = 15 \div 10 = 1,5$  qui est le résultat attendu.

Par contre  $8+7 \div 4+6 = 8+1,75+6 = 15,75$  qui est totalement différent car on a du effectuer la division avant les additions.

## C. Evaluer un ordre de grandeur

---

*Les calculatrices font des calculs approchés en utilisant une douzaine de chiffres significatifs. Il faut bien avouer que nous ne pouvons pas rivaliser avec elles à ce niveau. Nous pouvons cependant faire preuve d'un peu de modestie et nous contenter de faire des calculs approchés avec un seul chiffre significatif.*

### 1- Arrondir avec un seul chiffre significatif

Les nombres écrits sous forme scientifique ont la forme  $a \times 10^n$ , avec  $a$  étant un décimal compris entre 1 et 10. Il suffit d'arrondir  $a$  à l'entier le plus proche pour obtenir un arrondi utilisant un seul chiffre significatif.

#### Exemples

- 48 sera arrondi à 50
- 0,02357 sera arrondi à 0,02
- 2,01284 sera arrondi à 2

### 2- Contrôle d'un résultat par l'ordre de grandeur

Pour évaluer mentalement un ordre de grandeur d'une expression mathématique, on remplace chaque terme par un arrondi utilisant un seul chiffre significatif. Le résultat obtenu ainsi ne doit pas être trop éloigné de celui fourni par la calculatrice. Cela nous donne un moyen de contrôler nos calculs.

#### Exemple 1

Je dois calculer  $41,84 \times 2,25$ . Pour évaluer un ordre de grandeur du résultat, je me contenterai de calculer  $40 \times 2 = 80$ . Un résultat trop éloigné de 80 sera suspect.

La calculatrice indique 94.14, je peux lui faire confiance. Par contre un résultat comme 9,414 ou 941,4 aurait été inquiétant.

#### Exemple 2

Je dois calculer  $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ . Pour évaluer un ordre de grandeur, je me contenterai de calculer

$$\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = 0,5 . \text{ Un résultat trop éloigné de } 0,5 \text{ sera suspect.}$$

La calculatrice indique 0.4142135624, je peux lui faire confiance (en n'oubliant pas que son résultat aussi est approché, il est simplement plus précis que le mien).

Si la calculatrice avait répondu 2.4142135624 (c'est ce qui se passe lorsqu'on oublie de rétablir les parenthèses sous-entendues), j'aurais été amené à me poser des questions et peut être à trouver mon erreur.