

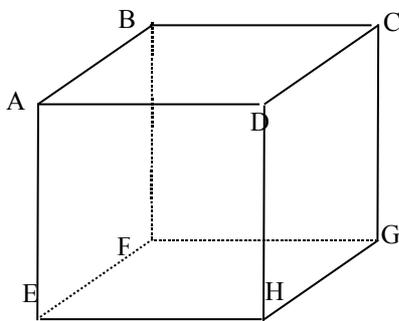
# Droites et plans dans l'espace

*Le monde dans lequel nous vivons a trois dimensions (largeur, hauteur, profondeur), il ne peut pas être décrit entièrement par la géométrie plane. La géométrie dans l'espace se propose d'étudier les objets à 3 dimensions comme les cubes ou les pyramides.*

## A - Perspective cavalière

---

Voici la représentation en perspective cavalière d'un cube ABCDEFGH. Essayons de mettre en évidence les règles utilisées.



Un cube a 6 faces qui sont des carrés.

La face ABCD du cube est donc un carré, pourtant sa représentation en perspective cavalière a la forme d'un parallélogramme qui n'est pas un carré.

L'angle  $\widehat{BAD}$  est droit sur le cube mais aigu sur la figure.

Les arêtes [AB] et [CD] ont même longueur sur le cube mais on les a représentées par des segments de longueurs différentes.

Il faut donc distinguer le cube et sa représentation, la réalité et ce qu'on voit sur la figure.

Pour faire correctement une représentation en perspective cavalière il faut respecter un certain nombre de règles.

▮ Des segments parallèles sont représentés par des segments parallèles.

C'est pour cette raison que les faces carrées du cube sont représentées par des parallélogrammes.

▮ Les alignements et les rapports de longueurs entre points alignés doivent être conservés.

Par exemple le milieu d'un segment se trouve aussi au milieu sur la représentation.

▮ Les arêtes cachées sont dessinées en pointillés.

Ceci nous permet de distinguer les parties qui se trouvent au premier plan.

### Attention

Les longueurs et les angles sont souvent modifiés par les représentations en perspective cavalière. Seules les parties vues de face dans un plan vertical sont représentées en vraie grandeur.

## B - Droites et plans dans l'espace

### 1- Définitions

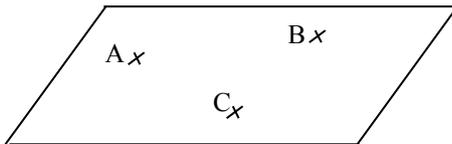
Une droite de l'espace est définie par deux points distincts.



La droite passant par les points A et B est notée (AB).  
Bien qu'elle soit représentée ici par un segment, il ne faut pas oublier qu'une droite est illimitée.

Lorsque plusieurs points se trouvent sur une même droite, on dit qu'ils sont alignés.

Un plan de l'espace est défini par trois points non alignés.



Le plan passant par les points non alignés A, B et C est noté (ABC).  
Bien qu'il soit représenté ici par un parallélogramme, il ne faut pas oublier qu'un plan est illimité.

Lorsque des points et des droites se trouvent dans un même plan, on dit qu'ils sont **coplanaires** et on peut leur appliquer les théorèmes de la géométrie plane.

Remarque : trois points sont toujours coplanaires.

### 2- Intersection d'une droite et d'un plan

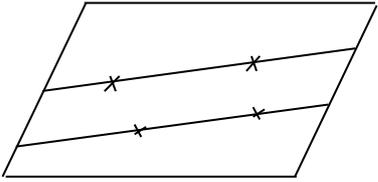
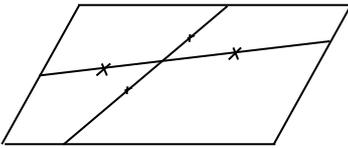
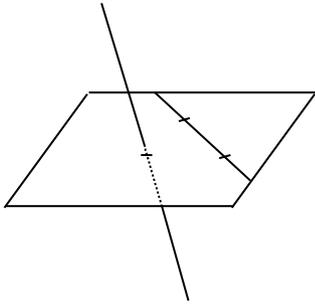
On peut distinguer trois cas :

A 3D perspective drawing of a horizontal plane. A vertical line passes through the center of the plane, intersecting it at a single point. A small 'x' marks the intersection point.	A 3D perspective drawing of a horizontal plane. A line is drawn above the plane, parallel to its surface. There is no intersection.	A 3D perspective drawing of a horizontal plane. A line lies entirely within the plane. Two points on the line are marked with 'x'.
La droite et le plan sont sécants; leur intersection est un point.	La droite est strictement parallèle au plan, ils n'ont aucun point en commun.	La droite est incluse dans le plan (elle a au moins deux points communs avec le plan).

Par convention, on dira qu'une droite est parallèle à un plan lorsqu'ils sont d'intersection vide ou lorsque la droite est incluse dans le plan.

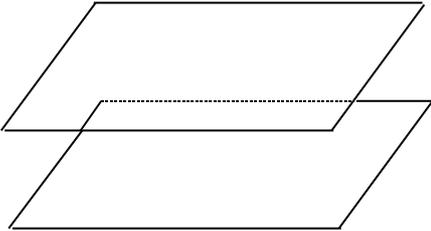
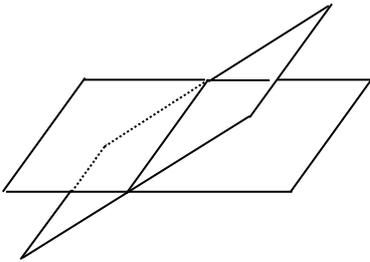
### 3- Intersection de deux droites distinctes

Si deux droites sont coplanaires (elles font partie d'un même plan), nous savons qu'elles sont soit sécantes en un point, soit parallèles. Mais attention, deux droites peuvent aussi être non coplanaires, leur intersection est vide mais elles ne sont pas parallèles.

Droites coplanaires		Droites non coplanaires
		
Les deux droites sont strictement parallèles : elles n'ont aucun point commun mais sont dans le même plan.	Les deux droites sont sécantes en un point.	Les deux droites n'ont aucun point commun mais elles ne sont pas parallèles car elles ne sont pas dans le même plan..

#### 4- Intersection de deux plans distincts

Deux plans distincts sont soit strictement parallèles (intersection vide), soit sécants; l'intersection de deux plans sécants est toujours une droite.

	
Les deux plans sont strictement parallèles : ils n'ont aucun point en commun.	Les deux plans sont sécants : ils se coupent suivant une droite.

Par convention, on dira que deux plans sont parallèles lorsqu'ils d'intersection vide ou lorsqu'ils sont confondus.