Etudes de fonctions

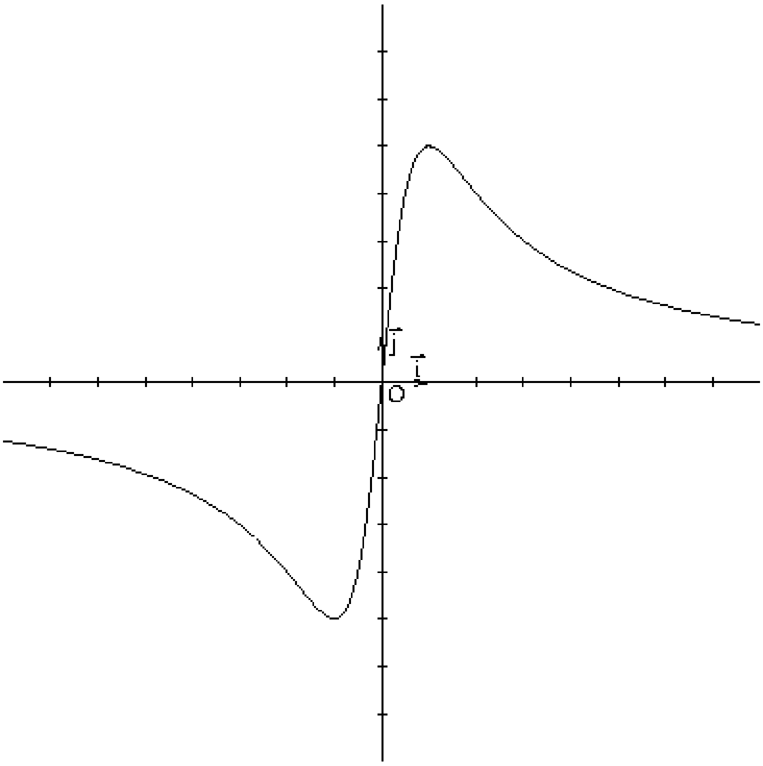
Plan d'étude d'une fonction

- ensemble de définition
- parité
- dérivée et variations
- limites aux bornes de l'ensemble de définition
- asymptotes
- tracé de la courbe avec asymptotes et extrema

Etudier les fonctions suivantes :

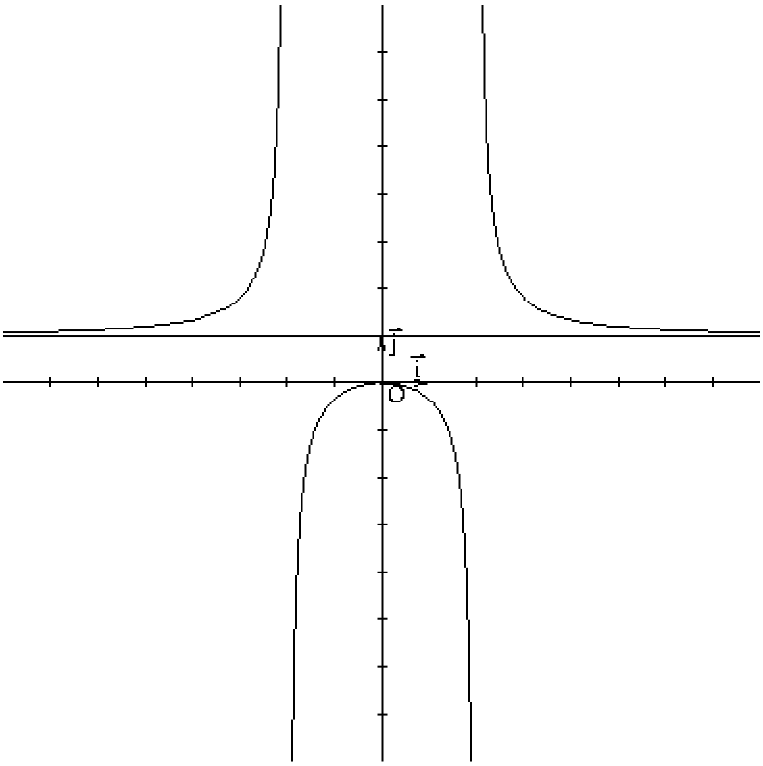
1. $f(x)=\dfrac{10x}{x^2+1}$.
2. $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-4}$; on pourra montrer que $f(x)=1+\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x+2}$.
3. $f(x)=\dfrac{-x^3+5x}{x^2+3}$; asymptote d'équation $y=-x$.
4. $f(x)=\dfrac{x}{2}-1+\dfrac{2}{x^2}$.
5. $f(x)=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$; asymptote $y=x+1$ et centre de symétrie (-2;-1)

1- $f(x)=\frac{10x}{x^2+1}$



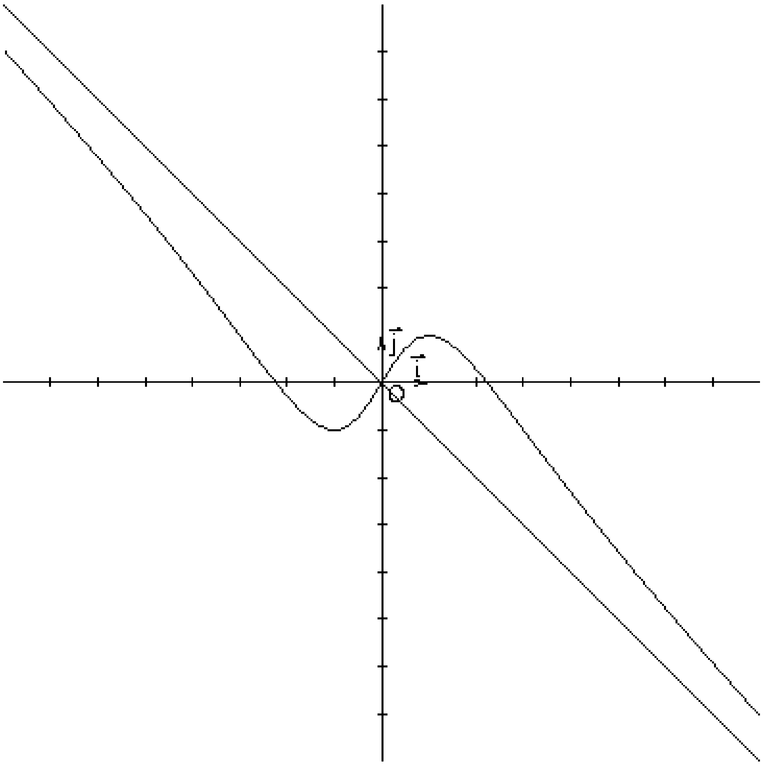
- f est définie sur ℝ
- f est impaire
- $f'(x)=\frac{-10x^2+10}{(x^2+1)^2}$
- $y = 0$ asymptote
- maximum : 5
- minimum : -5

2- $f(x)=\frac{x^2}{x^2-4}$



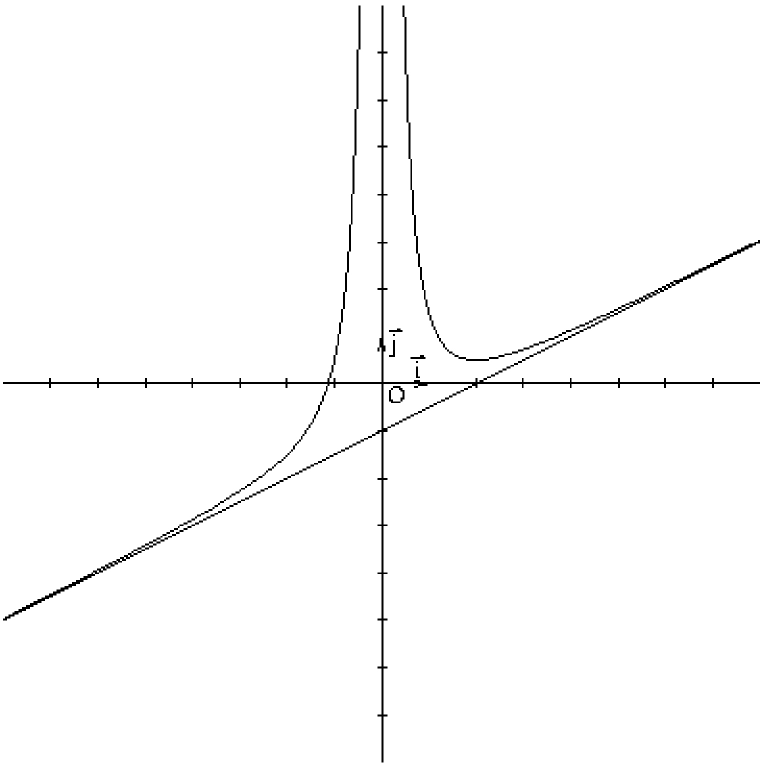
- f est définie sur ℝ-{2;-2}
- f est paire
- $f'(x)=\frac{-8x}{(x^2-4)^2}$
- asymptotes d'équations $y = 1$, $x = 2$ et $x = -2$
- $f(x)=1+\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}$

3- $f(x)=\dfrac{-x^3+5x}{x^2+3}$



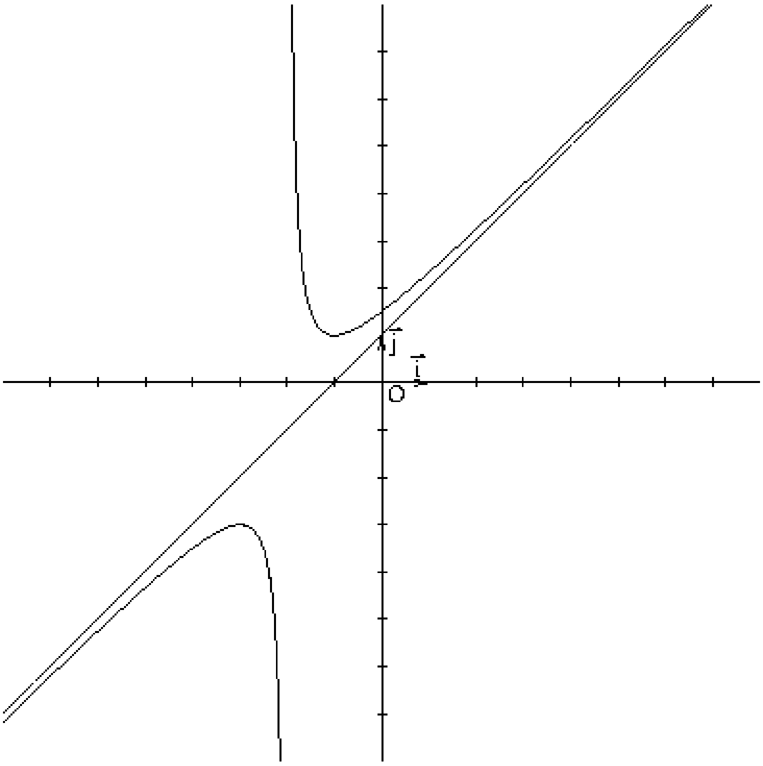
- f est définie sur $\mathbb{R}$
- f est impaire
- $f'(x)=\dfrac{(x^2+15)(1-x^2)}{(x^2+3)^2}$
- asymptote d'équation $y = -x$

4- $f(x)=\dfrac{x}{2}-1+\dfrac{2}{x^2}$



- f est définie sur $\mathbb{R}^*$
- f n'est ni paire, ni impaire
- $f'(x)=\dfrac{x^3-8}{2x^3}$
- asymptotes $x = 0$ et $y = x/2 - 1$

5- $f(x)=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$



- f est définie sur $\mathbb{R}-\{-2\}$
- f n'est ni paire ni impaire
- $f'(x)=\dfrac{(x+1)(x+3)}{x+2}$
- asymptotes $x=-2$ et $y=x+1$
- centre de symétrie (-2;-1)