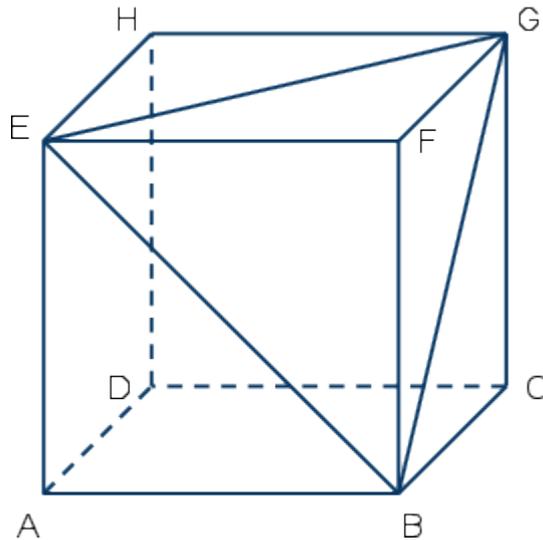


## Etude d'une pyramide

On considère le cube ABCDEFGH d'arête 4cm et on se propose d'étudier la pyramide EBF $\bar{G}$ .



- 1) Reproduire le dessin en perspective.
- 2) Calculer le volume de la pyramide EBF $\bar{G}$  en prenant le triangle EFB comme base et l'arête FG comme hauteur.

$$\text{Aire de EFB} : \frac{EF \times FB}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Volume de EBF}\bar{G} : \frac{\text{aire}(\text{EFB}) \times FG}{3} = \frac{8 \times 4}{3} = \frac{32}{3} \approx 10,67 \text{ cm}^3$$

- 3) Calculer les longueurs EB, BG et GE. Qu'en déduit-on pour le triangle EBG ?

Le triangle EFB est rectangle et isocèle en F. En appliquant le théorème de Pythagore on obtient :

$$EB^2 = EF^2 + FB^2 = 4^2 + 4^2 = 32$$

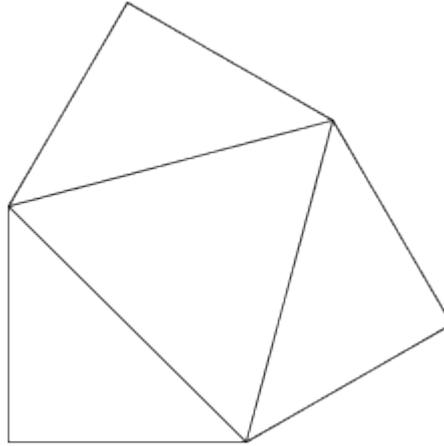
$$\text{d'où } EB = \sqrt{32}.$$

En considérant les triangles FEG et FBG qui sont superposables avec EFB on obtient de la même manière

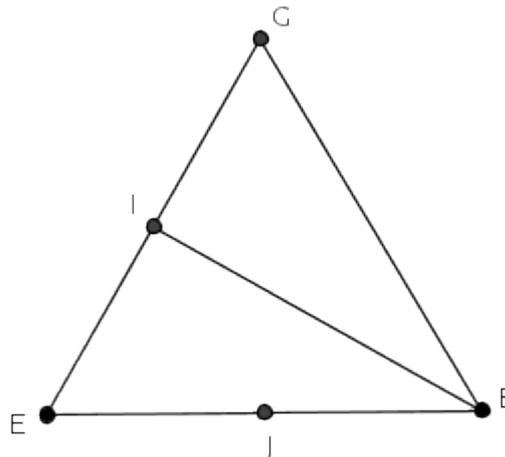
$$EG = \sqrt{32} \text{ et } BG = \sqrt{32}$$

Le triangle EBG est donc un triangle équilatéral car ses trois côtés ont même longueur.

- 4) Construire un patron de la pyramide EBF $\bar{G}$ .



5) Représenter le triangle EBG en vraie grandeur et marquer les points I et J milieux respectifs de [EG] et [EB]. Calculer BI, puis l'aire de EBG.



Comme I est le milieu de [EG], (BI) est une médiane de BEG; mais dans un triangle équilatéral les médianes sont aussi des hauteurs, (BI) est donc aussi une hauteur de BEG et le triangle BIG est rectangle en I. On peut lui appliquer le théorème de Pythagore, donc  $BE^2 = BI^2 + IE^2$  et  $BI^2 = BE^2 - IE^2$ .

Nous savons que  $EB = \sqrt{32}$  et  $EI = \frac{EG}{2} = \frac{\sqrt{32}}{2}$ ; alors

$$BI^2 = 32 - \frac{32}{4} = 32 - 8 = 24, \text{ donc } BI = \sqrt{24}.$$

$$\text{L'aire de EBG est, en cm}^2, \frac{EG \times BI}{2} = \frac{\sqrt{32} \times \sqrt{24}}{2} = \frac{4\sqrt{2} \times 2\sqrt{6}}{2} = 4\sqrt{12} = 8\sqrt{3}.$$

6) Sur le dessin en perspective marquer les points I et J, puis le point O intersection de [BI] et [GJ].

OF représente alors la hauteur de la pyramide ECFG lorsqu'on choisit le triangle ECG comme base. Calculer OF en utilisant les résultats des questions 2 et 5.

Le volume de ECFG peut être calculé par la formule  $\frac{\text{aire}(\text{ECG}) \times \text{OF}}{3} = \frac{8\sqrt{3} \times \text{OF}}{3}$

Mais dans la question 2 nous avons vu que le volume de ECFG est égal à  $\frac{32}{3}$ . On

en déduit que  $\frac{8\sqrt{3} \times \text{OF}}{3} = \frac{32}{3}$ , donc  $8\sqrt{3} \times \text{OF} = 32$  et

$$\text{OF} = \frac{32}{8\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \approx 2,3 \text{ cm.}$$