

Géométrie dans l'espace

A Propriétés d'incidence

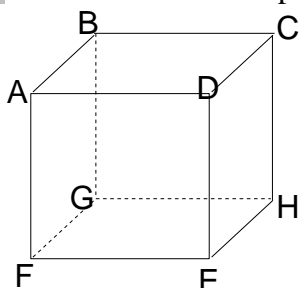
Une droite est définie par deux points distincts.

Un plan est défini par trois points non alignés.

1. Position relative de deux droites

Deux droites coplanaires sont sécantes en un point ou parallèles.

Deux droites non coplanaires ne sont ni sécantes, ni parallèles.

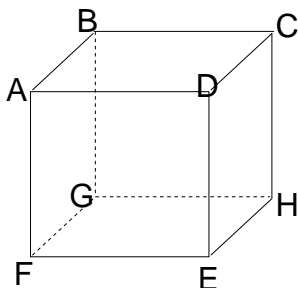


Dans le cube ABCDEFGH dessiné ci-contre :

- les droites (AB) et (CD) sont parallèles
- les droites (AE) et (DF) sont sécantes
- les droites (AD) et (CH) sont non coplanaires.

2. Position relative de deux plans

Deux plans sont sécants suivant une droite ou parallèles.



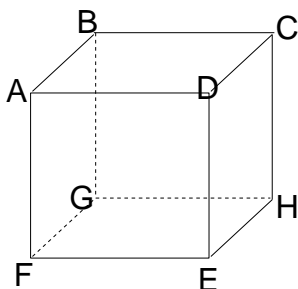
Dans le cube ABCDEFGH dessiné ci-contre :

- les plans (ABC) et (EFG) sont parallèles
- les plans (ABC) et (CHE) sont sécants suivant la droite (CD)

3. Position relative d'une droite et d'un plan

Une droite qui a deux points communs avec un plan est incluse dans ce plan.

Une droite qui n'est pas incluse dans un plan est sécante en un point ou strictement parallèle au plan.



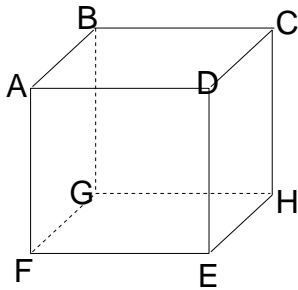
Dans le cube ABCDEFGH dessiné ci-contre :

- la droite (BD) est incluse dans le plan (ABC)
- la droite (BD) est parallèle au plan (EFG)
- la droite (BD) et le plan (CHE) sont sécants en D

B Autres propriétés

1. Théorème 1

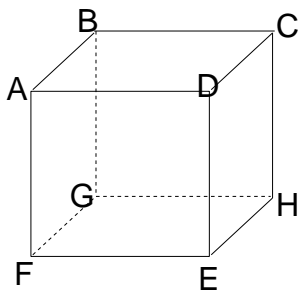
Si une droite est parallèle à une droite d'un plan, elle est parallèle à ce plan.



La droite (AC) est parallèle à la droite (FH) incluse dans le plan (EFG), elle est donc parallèle au plan (EFG).

2. Théorème 2

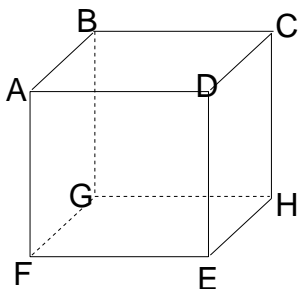
Si une droite est parallèle à deux plans sécants, alors elle est parallèle à leur intersection.
(théorème du toit)



La droite (BC) est parallèle aux plans (ADE) et (EFG).
Elle est donc parallèle à leur intersection qui est la droite (EF).

3. Théorème 3

Un plan sécant avec deux plans parallèles coupe ces deux plans suivant des droites parallèles.

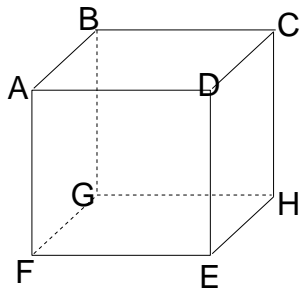


Le plan (BCE) coupe le plan (ABC) suivant (BC) et le plan (EFG) suivant (EF). Comme (ABC) et (EFG) sont parallèles, les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

C Orthogonalité

1. Droites orthogonales

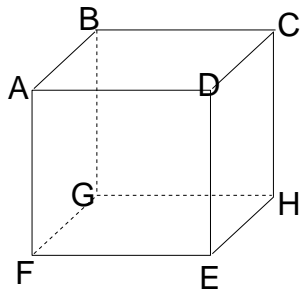
Deux droites sont perpendiculaires si elles sont coplanaires et forment un angle droit.
Deux droites sont orthogonales si l'une est parallèle à une droite perpendiculaire à l'autre.



Les droites (AB) et (CH) sont orthogonales car (AB) est parallèle à (CD) qui est perpendiculaire à (CH) .

2. Droite orthogonale à un plan

Une droite est orthogonale à un plan si elle est orthogonale à toutes les droites du plan.
 Si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan, elle est orthogonale à ce plan.



La droite (AF) est orthogonale aux droites (AB) et (AD) sécantes dans le plan (ABC) , elle est donc orthogonale au plan (ABC) .
 Puisque (AF) est orthogonale au plan (ABC) , elle est orthogonale à la droite (AC) incluse dans le plan (ABC) .

3. Parallélisme et orthogonalité

Deux droites orthogonales à un même plan sont parallèles.
 Deux plans orthogonaux à une même droite sont parallèles.