

Devoir de Mathématiques

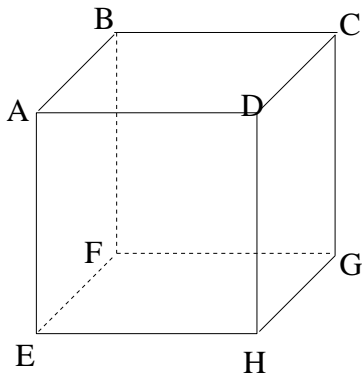
Exercice 1

Soit ABCD un tétraèdre.

I est le milieu de [AB], J est le milieu de [CD] et O est le milieu de [IJ].

- a) Montrer que $\vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OI}$ et que $\vec{OC} + \vec{OD} = 2\vec{OJ}$.
b) En déduire $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}$.

Exercice 2



ABCDEFGH est un cube.

On considère les points K, L et M définis par $\vec{HK} = \frac{1}{2}\vec{HG}$,

$$\vec{HL} = \frac{3}{4}\vec{HD} \text{ et } \vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB}.$$

1- Faire la figure.

2- Exprimer les vecteurs \vec{KL} et \vec{FM} en fonction des vecteurs \vec{HG} et \vec{HD} , puis montrer que les droites (KL) et (FM) sont parallèles. Qu'en déduit-on pour les points K, L, M et F ?

3- Quelle est l'intersection du plan (KLM) avec le plan (EHG) ? En déduire une construction de l'intersection du plan (KLM) avec le plan (ADC).

4- On appelle N l'intersection du plan (KLM) avec l'arête [AD]. Les droites (MN) et (KL) se coupent au point S. Montrer que S est un point de la droite (CD).

5- Quel est le réel k tel que $\vec{HL} = k\vec{LD}$? Montrer alors, en utilisant le théorème de Thalès, que

$$\vec{SD} = \frac{1}{6}\vec{DC}.$$

6- Quel est le réel k' tel que $\vec{AM} = k'\vec{SD}$? En déduire le réel x tel que $\vec{AN} = x\vec{AD}$.