

Devoir de Mathématiques

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 5x + 1$.

- 1- La courbe représentative de f admet un centre de symétrie $\Omega(a, b)$. Déterminer graphiquement les valeurs de a et b , puis démontrer que Ω est bien centre de symétrie.
- 2- a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$, puis l'inéquation $f(x) < 1$.
b) Retrouver les résultats précédents par le calcul.

Exercice 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ sur $[-1; 1]$.

- 1- Expliquer pourquoi les réels strictement supérieurs à 1 ou strictement inférieurs à -1 ne peuvent pas avoir d'image par f .
- 2- On considère les fonctions f_1 et f_2 définies sur \mathbb{R} par $f_1(x) = 1 - x$ et $f_2(x) = x^2$, ainsi que la fonction f_3 définie sur \mathbb{R}_+ par $f_3(x) = \sqrt{x}$.
Exprimer f comme composée des fonctions f_1, f_2 et f_3 .
- 3- Démontrer que f est croissante sur $[-1; 0]$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

- 1- Déterminer graphiquement les coordonnées (a, b) du point le plus bas de la courbe représentative de f .
- 2- Calculer $d(x) = f(x) - b$ et vérifier que $d(x)$ est toujours supérieur ou égal à 0. Que peut-on en déduire pour b par rapport à f ?
- 3- Vérifier que $f(x) = (x - 2)^2 - 3$, puis résoudre les équations :
 - a) $f(x) = 0$
 - b) $f(x) = -5$
 - c) $f(x) = -3$