Devoir de Mathématiques

Exercice 1

A,B,C et D sont quatre points quelconques du plan.
On appelle G le barycentre du système { (A; – 1) ; (B; 4) ; (C ; 2) ; (D; 1) }
1- Construire, en justifiant, le barycentre I de { (A; –1) ; (B ; 4) }.
2- Construire, en justifiant, le barycentre J de { (C; 2) ; (D; 1) }.
3- En déduire, à l'aide des points I et J, la position du point G, puis le construire.
4- Démontrer que l'ensemble Δ des points M du plan tels que $\|-\overrightarrow{MA}+4\,\overrightarrow{MB}\| = \|2\,\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\|$ est une droite que l'on précisera.

Exercice 2

Le plan est muni du repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$.
On considère les points A(2; – 3), B(– 2; 1) et C(3; 4).
1- Calculer AB, AC et $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.
En déduire cos $\widehat{BAC}$, puis une valeur approchée de $\widehat{BAC}$ à 1° près.
2- Soit H le pied de la hauteur issue de C.
Montrer que $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}$. En déduire le réel *k* tel que $\overrightarrow{AH}=k\overrightarrow{AB}$.
3- Calculer AH, puis CH et l'aire de ABC.

Exercice 3

Soit *f* la fonction définie par $f(x)=\dfrac{x^2}{2x-4}$.
On appelle *C* sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$.
1- Déterminer l'ensemble de définition de *f*.
2- Calculer les limites de *f* aux bornes de l'ensemble de définition et en déduire l'existence d'éventuelles asymptotes horizontales ou verticales.
3- Calculer *f '(x)* et étudier son signe.
4- Construire le tableau de variation de *f*.
5- Soit *D* la droite d'équation $y=\dfrac{x}{2}+1$. Montrer que *D* est une asymptote pour la courbe *C*, puis étudier la position relative de *D* et *C*.
6- Construire la courbe C ainsi que ses asymptotes.
7- Déterminer le nombre de solutions de l'équation *f (x) = m* selon les valeurs de *m*, d'abord graphiquement, puis algébriquement.