

Devoir de Mathématiques

Exercice 1

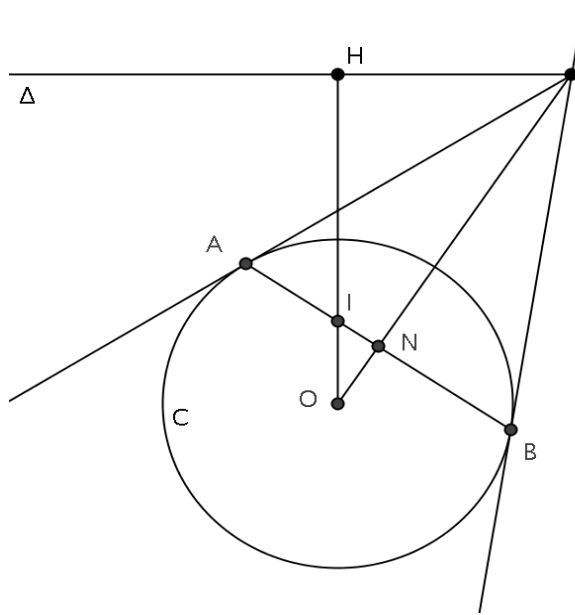
1. Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$. On appelle C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- Expliquer pourquoi f n'est pas dérivable en 0.
- Etudier les variations de f .
- Déterminer une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 4.
- Tracer la courbe C sur l'intervalle $[0; 10]$ ainsi que sa tangente T .

2. Le graphique précédent montre que la courbe C se trouve en dessous de la droite T . On se propose de démontrer de deux façons cette constatation.

- Soit g la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{4}x - 1$. Etudier les variations de g , en déduire que $g(x) \leq 0$ pour tout x de $[0; +\infty[$, puis que C est en dessous de T .
- Développer $\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - 1\right)^2$. Utiliser le résultat obtenu pour montrer que C est en dessous de T .

Exercice 2



On considère :

- un segment $[OH]$ de longueur 6.
- le cercle C de centre O et de rayon 3.
- la droite Δ perpendiculaire à (OH) passant par H .
- M un point mobile sur la droite Δ .

Par le point M on peut mener deux tangentes au cercle C en A et B et $[AB]$ coupe $[OM]$ en N et $[OH]$ en I .

1. a) Montrer que A et B sont les points d'intersection du cercle C avec le cercle de diamètre $[OM]$.

b) Construire la figure avec un logiciel de géométrie comme Geogebra. Déplacer le point M sur la droite Δ en faisant apparaître la trace du point N . Que constate-t-on pour le point I et la trace de N ?

2. On se propose de démontrer les constatations précédentes.

- Démontrer que $\vec{OI} \cdot \vec{OH} = \vec{OM} \cdot \vec{OI} = \vec{OM} \cdot \vec{ON} = \vec{OM} \cdot \vec{OB} = OB^2 = 9$.
- En déduire que :
 - I est un point fixe du segment $[OH]$
 - I est toujours à l'intérieur du cercle C .
 - N est sur le cercle de diamètre $[OI]$.