Devoir de Mathématiques

Exercice 1

(*TransMath 1S ex 78 p 53*)
Résoudre l'équation

$$\frac{3x}{x+2}-\frac{x+1}{x-2}=-\frac{11}{5}$$

L'équation est définie pour $x \neq 2$ et $x \neq -2$.

Elle est équivalente à $\frac{3x}{x+2}-\frac{x+1}{x-2}+\frac{11}{5}=0$.

En réduisant au même dénominateur, on obtient :

$$\frac{5\times 3x(x-2)-5(x+1)(x+2)+11(x+2)(x-2)}{5(x+2)(x-2)}=0,$$

soit en développant le numérateur :

$$\frac{21x^2-45x-54}{5(x+2)(x-2)}=0 .$$

Comme $x \neq 2$ et $x \neq -2$ cela revient à $21x^2 - 45x - 54 = 0$.

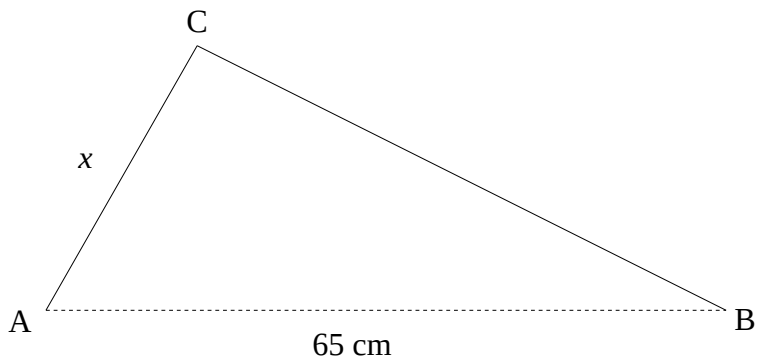
Le discriminant de ce trinôme est $\Delta = 45^2 + 4 \times 21 \times 54 = 6561 = 81^2$.

On a donc 2 solutions $x_1=\frac{45+81}{42}=3$ et $x_2=\frac{45-81}{42}=\frac{-6}{7}$.

Exercice 2

(*TransMath 1S ex 44 p 51*)
1- Une ficelle, longue de 89 cm, est fixée à ses extrémités par deux clous A et B distants de 65 cm. Déterminer s'il est possible de tendre la ficelle de façon à obtenir un triangle rectangle.
2- Même question avec une ficelle de 91 cm.

1-



On appelle x la longueur de AC.

Comme la longueur de la ficelle est AC + BC = 89, on a BC = $89 - x$.

Le triangle ABC sera rectangle si et seulement si $AB^2 = AC^2 + BC^2$,

c'est à dire $65^2 = x^2 + (89 - x)^2$, qui donne, après développement et réduction :

$2x^2 - 178x + 3696 = 0$, ou encore en divisant par 2 : $x^2 - 89x + 1848 = 0$.

Le discriminant de ce trinôme est $\Delta = 89^2 - 4 \times 1 \times 1848 = 529 = 23^2$.

On a donc deux racines qui sont $x_1=\frac{89+23}{2}=56$ et $x_2=\frac{89-23}{2}=33$.

Les deux solutions sont acceptables car elles sont positives et inférieures à 89. Elles correspondent à des positions symétriques par rapport à la médiatrice de [AB]

2- Dans le cas où la longueur de la ficelle est 91 cm, on obtient de la même manière l'équation : $x^2 - 91x + 2028 = 0$ dont le discriminant est $\Delta = 169 = 13^2$.

Cela mène aux deux racines $x_1=\frac{91+13}{2}=52$ et $x_2=\frac{91-13}{2}=39$.

Les deux solutions sont acceptables car elles sont positives et inférieures à 91. Elles correspondent à des positions symétriques par rapport à la médiatrice de [AB].