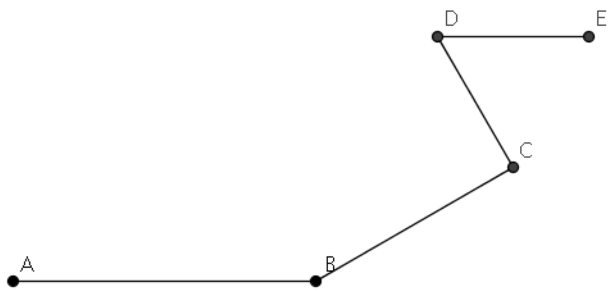
Devoir de Mathématiques

Exercice 1

(*18 p 285*, *TransMath 1S*)

1. Construisez une ligne brisée *ABCDE* telle que :

$AB = 4$, $BC = 3$, $CD = 2$ et $DE = 2$ (en cm) et $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=-\frac{5\pi}{6}$, $\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)=-\frac{\pi}{2}$, $\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE}\right)=\frac{\pi}{3}$.



2. a) Justifiez l'égalité $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE}\right)=\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)+\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CD}\right)+\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{DE}\right)$.

En utilisant la relation de Chasles deux fois ,

$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE}\right)=\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)+\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{DE}\right)=\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)+\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CD}\right)+\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{DE}\right)$

b) Déduisez-en une mesure de $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE}\right)$.

Comme $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=-\frac{5\pi}{6}$, $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)=\pi-\frac{5\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$;

comme $\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)=-\frac{\pi}{2}$, $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CD}\right)=\pi-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$;

comme $\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE}\right)=\frac{\pi}{3}$, $\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{DE}\right)=\pi+\frac{\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}$.

De la relation établie au a) on déduit que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE}\right)=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}+\frac{4\pi}{3}=2\pi$.

3. Justifiez la colinéarité de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$, et déduisez-en le réel *k* tel que $\overrightarrow{DE}=k\overrightarrow{AB}$.

Comme $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE}\right)=2\pi$, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont colinéaires de même sens.

Comme $AB = 4$ et $DE = 2$, $DE = \frac{1}{2}AB$ et comme $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ ont même sens ,

$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Exercice 2

(*129 p 174*, *TransMath 1S*)

La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3^n + 4n - 3$. On note (v_n) et (w_n) les suites définies par $v_n = 3^n$ et $w_n = 4n - 3$.

1. Démontrez que (w_n) est une suite arithmétique.

> $w_{n+1} - w_n = 4(n + 1) - 3 - (4n - 3) = 4n + 4 - 3 - 4n + 3 = 4$. La suite (w_n) est donc une suite arithmétique de raison 4.

2. a) Calculez :

$$V_n = v_0 + v_1 + ... + v_n \quad \text{et} \quad W_n = w_0 + w_1 + ... w_n.$$

> Comme $v_n = 3^n$ la suite (v_n) est la suite géométrique de premier terme 1 et de raison 3. On a donc $V_n = \dfrac{1-3^{n+1}}{1-3} = \dfrac{3^{n+1}-1}{2}$.
>
> Comme (w_n) est une suite arithmétique, $W_n = (n+1)\dfrac{u_0+u_n}{2}$.
>
> Or $w_0 + w_n = 4\times 0 - 3 + 4n - 3 = 4n - 6$.
>
> On a donc $W_n = (n+ 1)(2n - 3) = 2n^2 - n - 3$.

b) Déduisez-en, en fonction de n, $u_0 + u_1 + ... + u_n$.

> Comme $u_n = v_n + w_n$, $u_0 + u_1 + ... + u_n = V_n + W_n = \dfrac{3^{n+1}-1}{2} + 2n^2 - n - 3$.