

# Pourcentages (1)

## A. Pourcentages et proportions

---

### 1- Notion de proportion

On considère un ensemble E qui contient n éléments et une de ses parties A qui en contient k.

La fraction  $\frac{k}{n}$  représente la proportion d'éléments de A dans E.

#### Exemple

Il y a 17 filles dans une classe de 32 élèves. La proportion de filles dans la classe est  $\frac{17}{32}$ , ce qu'on peut interpréter par : il y a 17 filles sur 32 élèves, d'où une proportion de 17 sur 32.

### 2- Comparer des proportions

Pour comparer des proportions on peut comparer les fractions correspondantes en les réduisant au même dénominateur ou en comparant leurs écritures décimales.

#### Exemple

Dans une classe de 32 élèves il y a 17 filles, dans une autre classe de 28 élèves il y a 15 filles. Quelle est la classe qui a proportionnellement le plus de filles ?

Il faut comparer les proportions  $\frac{17}{32}$  et  $\frac{15}{28}$ . La calculatrice nous indique que  $\frac{17}{32} \approx 0,531$  et  $\frac{15}{28} \approx 0,535$ . La proportion de filles est donc légèrement supérieure dans la deuxième classe.

Ce résultat peut être interprété en disant que la proportion de filles est environ  $\frac{531}{1000}$  dans la 1ère classe et environ  $\frac{535}{1000}$  dans la seconde. Le fait d'avoir le même dénominateur permet de faire facilement la comparaison.

### 3- Passer aux pourcentages

Une proportion peut être exprimée par un pourcentage, il suffit de multiplier son écriture décimale par 100.

#### Exemple

La proportion 0,34 peut être notée 34%, la proportion 0,418 peut être notée 41,8%.

On retiendra que :  $\frac{1}{2} = 50\%$ ,  $\frac{1}{4} = 25\%$ ,  $\frac{3}{4} = 75\%$ .

## B. Pourcentage comme opérateur

---

Prendre  $t\%$  d'une grandeur A revient à la multiplier par  $\frac{t}{100}$ , c'est à dire la multiplier par  $t$  puis la diviser par 100.

Cela peut être représenté par le tableau de proportionnalité suivant :

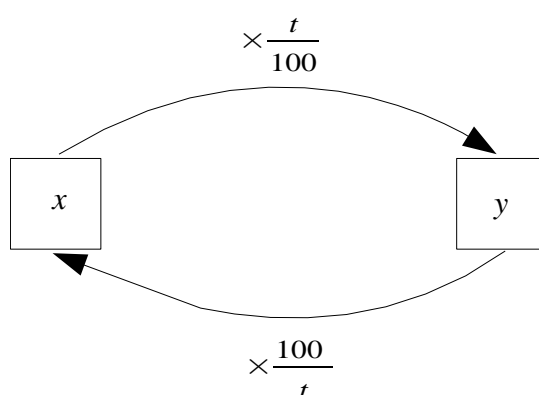
Grandeur A	100	$x$
$t$ % de A	$t$	$y$

L'application de la règle du produit en croix nous donne les 3 formules suivantes :

$$y = \frac{x \times t}{100}, \quad t = \frac{y \times 100}{x}, \quad x = \frac{y \times 100}{t}$$

Dans la plupart des exercices concernant les pourcentages, l'énoncé nous donne une information du type : « **y représente t % de x** », ainsi que deux des trois paramètres  $x$ ,  $y$  et  $t$ . Il faut alors en général calculer le paramètre manquant.

L'information « **y représente t % de x** » peut aussi être représentée par le schéma :



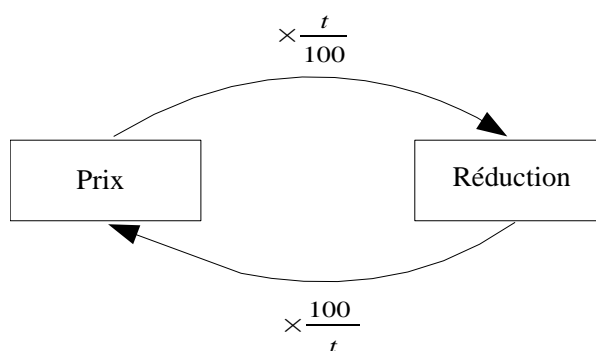
On retrouve ainsi :

- pour calculer  $y$  égal à  $t\%$  de  $x$ , on multiplie  $x$  par  $\frac{t}{100}$ .
- pour calculer  $x$  en connaissant  $y$  égal à  $t\%$  de  $x$ , on fait l'opération inverse, c'est à dire qu'on divise  $x$  par  $\frac{t}{100}$  ou qu'on le multiplie par  $\frac{100}{t}$
- pour calculer  $t$  en connaissant  $x$  et  $y$  qui est égal à  $t\%$  de  $x$ , on cherche la proportion que représente  $y$  par rapport à  $x$ , c'est à dire  $\frac{y}{x}$ , puis on l'exprime en pourcentage.

### Exemples

Dans les trois exemples qui suivent, une réduction représente  $t$  % d'un prix.

Le prix joue le rôle de  $x$ , la réduction joue le rôle de  $y$ .



1- On vous propose une réduction de 25% sur une somme de 150€. Quelle est le montant de la réduction ?

On calcule  $150 \times \frac{25}{100} = 150 \times 0,25 = 37,5$ .

Le montant de la réduction est de 37,5€

2- Une réduction de 40% se traduit par une baisse de prix de 30€. Quel était le montant à payer ?

On calcule  $30 : \frac{40}{100} = \frac{30}{0,4} = 75$ , ou  $30 : \frac{40}{100} = 30 \times \frac{100}{40} = 75$ .

Le montant à payer était de 75€

3- On vous propose une réduction de 24€ sur un montant de 120€. Exprimer cette réduction en pourcentage.

On calcule  $\frac{24}{120} = 0,2 = 20\%$ .

Le pourcentage de réduction est de 20%.