# Pourcentages (1)

## A. Pourcentages et proportions

### 1- Notion de proportion

On considère un ensemble E qui contient n éléments et une de ses parties A qui en contient $k$.
La fraction $\frac{k}{n}$ représente la proportion d'éléments de A dans E.

**Exemple**

Il y a 17 filles dans une classe de 32 élèves. La proportion de filles dans la classe est $\frac{17}{32}$, ce qu'on peut interpréter par : il y a 17 filles sur 32 élèves, d'où une proportion de 17 sur 32.

### 2- Comparer des proportions

Pour comprarer des proportions on peut comparer les fractions correspondantes en les réduisant au même dénominateur ou en comparant leurs écritures décimales.

**Exemple**

Dans une classe de 32 élèves il y a 17 filles, dans une autre classe de 28 élèves il y a 15 filles.
Quelle est la classe qui a proportionnellement le plus de filles ?
Il faut comparer les proportions $\frac{17}{32}$ et $\frac{15}{28}$. La calculatrice nous indique que $\frac{17}{32} \approx 0{,}531$ et $\frac{15}{28} \approx 0{,}535$. La proportion de filles est donc légèrement supérieure dans la deuxième classe.
Ce résultat peut être interprété en disant que la proportion de filles est environ $\frac{531}{1000}$ dans la 1ère classe et environ $\frac{535}{1000}$ dans la seconde. Le fait d'avoir le même dénominateur permet de faire facilement la comparaison.

### 3- Passer aux pourcentages

Une proportion peut être exprimée par un pourcentage, il suffit de multiplier son écriture décimale par 100.

**Exemple**

La proportion 0,34 peut être notée 34%, la proportion 0,418 peut être notée 41,8%.
On retiendra que : $\frac{1}{2} = 50\%$, $\frac{1}{4} = 25\%$, $\frac{3}{4} = 75\%$.

## B. Pourcentage comme opérateur

Prendre $t$ % d'une grandeur A revient à la multiplier par $\frac{t}{100}$, c'est à dire la multiplier par $t$ puis la diviser par 100.

Cela peut être représenté par le tableau de proportionnalité suivant :

| | | |
|---|---|---|
| Grandeur A | 100 | $x$ |
| $t$ % de A | $t$ | $y$ |

$\times \frac{t}{100}$

L'application de la règle du produit en croix nous donne les 3 formules suivantes :

$$y = \frac{x \times t}{100} \ , \ t = \frac{y \times 100}{x} \ , \ x = \frac{y \times 100}{t}$$

Dans la plupart des exercices concernant les pourcentages, l'énoncé nous donne une information du type : « ***y* représente *t* % de *x*** », ainsi que deux des trois paramètres $x$, $y$ et $t$. Il faut alors en général calculer le paramètre manquant.
L'information « ***y* représente *t* % de *x*** » peut aussi être représentée par le schéma :

$$\begin{tikzcd} \boxed{x} \arrow[r, bend left, "\times \frac{t}{100}"] & \boxed{y} \arrow[l, bend left, "\times \frac{100}{t}"] \end{tikzcd}$$

On retrouve ainsi :

- pour calculer $y$ égal à $t$% de $x$, on multiplie $x$ par $\frac{t}{100}$ .
- pour calculer $x$ en connaissant $y$ égal à $t$% de $x$, on fait l'opération inverse, c'est à dire qu'on divise $x$ par $\frac{t}{100}$ ou qu'on le multiplie par $\frac{100}{t}$
- pour calculer $t$ en connaissant $x$ et $y$ qui est égal à $t$% de $x$, on cherche la proportion que représente $y$ par rapport à $x$, c'est à dire $\frac{y}{x}$ , puis on l'exprime en pourcentage.

**Exemples**

Dans les trois exemples qui suivent, une réduction représente $t$ % d'un prix.
Le prix joue le rôle de $x$, la réduction joue le rôle de $y$.

$$\begin{tikzcd} \boxed{\text{Prix}} \arrow[r, bend left, "\times \frac{t}{100}"] & \boxed{\text{Réduction}} \arrow[l, bend left, "\times \frac{100}{t}"] \end{tikzcd}$$

1- On vous propose une réduction de 25% sur une somme de 150€. Quelle est le montant de la réduction ?

On calcule $150 \times \frac{25}{100} = 150 \times 0{,}25 = 37{,}5$.

Le montant de la réduction est de 37,5€.

2- Une réduction de 40% se traduit par une baisse de prix de 30€. Quel était le montant à payer ?

On calcule $30 : \frac{40}{100} = \frac{30}{0{,}4} = 75$, ou $30 : \frac{40}{100} = 30 \times \frac{100}{40} = 75$.

Le montant à payer était de 75€.

3- On vous propose une réduction de 24€ sur un montant de 120€. Exprimer cette réduction en pourcentage.

On calcule $\frac{24}{120} = 0{,}2 = 20\%$.

Le pourcentage de réduction est de 20%.