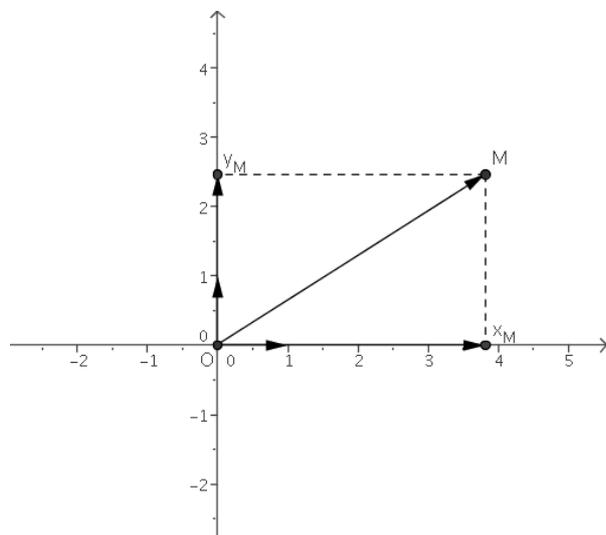


Représentations graphiques

A. Fonctions d'une variable

1- Coordonnées dans le plan



Dans le plan muni d'un repère, on peut faire correspondre à chaque point M un couple (x_M, y_M) de deux nombres.

Ce couple est appelé couple des coordonnées de M . On écrit : $M(x_M, y_M)$.

x_M est l'abscisse de M .
 y_M est l'ordonnée de M .

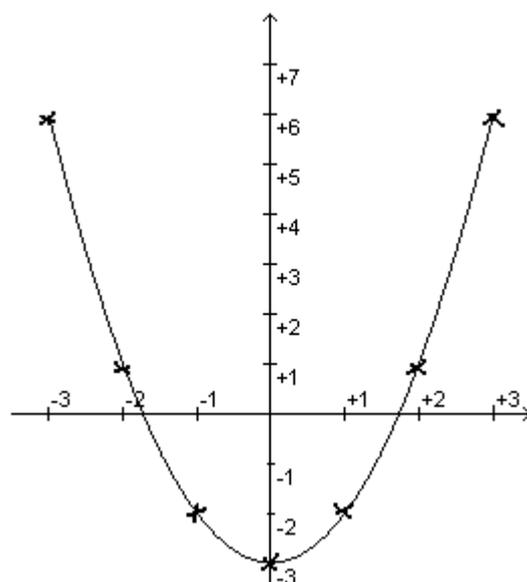
2- Représentation graphique d'une fonction d'une variable

Soit f une fonction définie sur une partie D de \mathbb{R} .

Dans le plan muni d'un repère, on appelle représentation graphique de f l'ensemble des points dont les coordonnées sont $(x, f(x))$, avec $x \in D$.

Exemple

Considérons la fonction $f: x \mapsto x^2 - 3$ définie sur l'intervalle $[-3; 3]$ et construisons sa représentation graphique.



Pour effectuer cette construction nous commencerons par calculer un certain nombre d'images. Les résultats sont inscrits dans un tableau de valeurs :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	6	1	-2	-3	-2	1	6

Dans le plan muni de son repère, on place les points de coordonnées $(x, f(x))$, puis on les relie par une courbe.

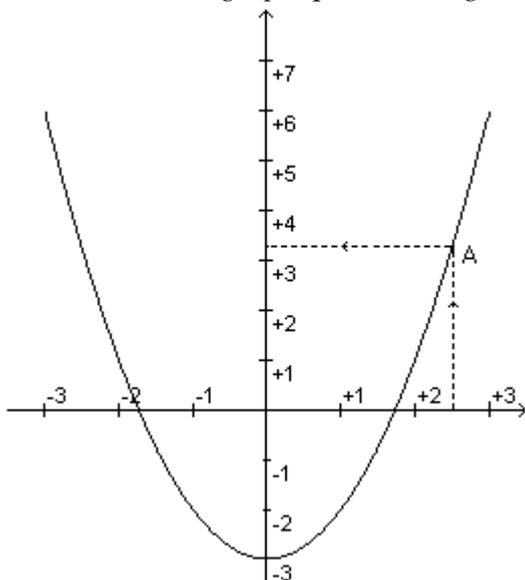
3- Utilisation de la représentation d'une fonction

La représentation graphique C d'une fonction f permet de :

- déterminer l'image d'un réel x : c'est l'ordonnée du point d'abscisse x de C .
- déterminer l'antécédent d'un réel y : c'est l'abscisse du point d'ordonnée y de C .
- déterminer les variations de f , c'est à dire les intervalles où f est croissante ou décroissante, ainsi que les valeurs minimales ou maximales prises par f .

Exemple

Détermination graphique de l'image de 2,5



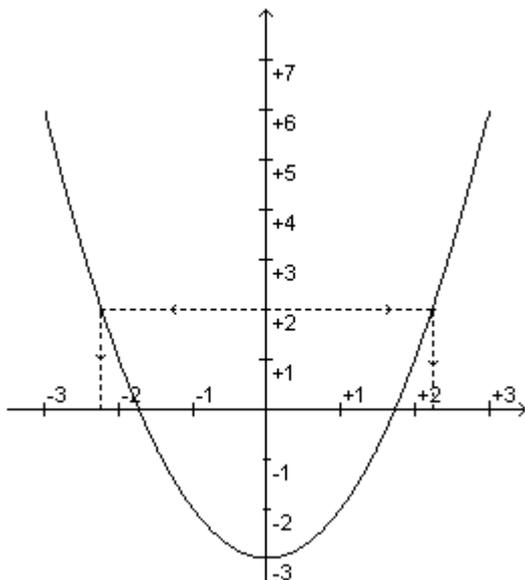
Il suffit de déterminer le point A de la courbe dont l'abscisse (c'est x) est 2,5, puis de lire son ordonnée (c'est y).

L'ordonnée de A est environ 3,2; on en déduit que $f(2,5) \approx 3,2$.

Il ne s'agit que d'une valeur approchée, la valeur exacte obtenue par calcul étant :

$$f(2,5) = 2,5^2 - 3 = 6,25 - 3 = 3,25.$$

Recherche du ou des antécédents de 2



Il suffit de trouver tous les points de la courbe dont l'ordonnée (c'est y) est 2, puis de lire les abscisses (c'est x) correspondantes.

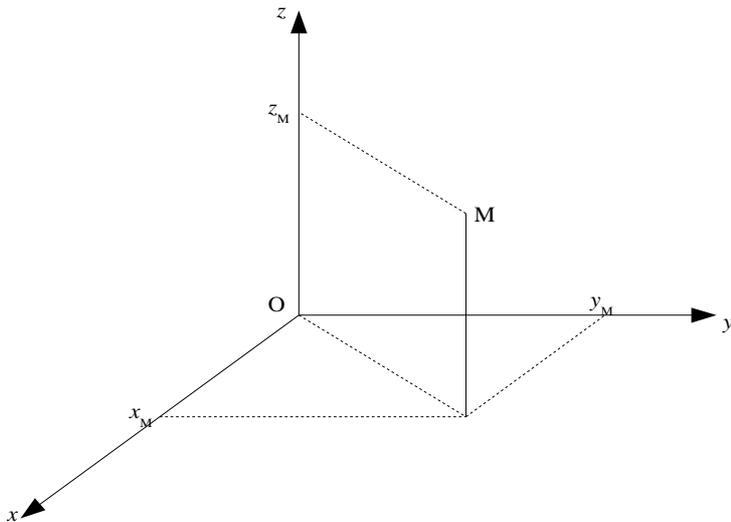
On constate que deux points de la courbe ont une ordonnée égale à 2; leurs abscisses (environ 2,2 et -2,2) sont donc les antécédents de 2.

Variations de la fonction

Le graphique montre que la fonction est décroissante sur $[-3; 0]$ et croissante sur $[0; 3]$. Elle a un minimum qui est -3 et qui est atteint pour $x = 0$.

B. Fonctions de deux variables

1- Coordonnées dans l'espace



Dans le plan muni d'un repère, on peut faire correspondre à chaque point M un triplet (x_M, y_M, z_M) de trois nombres.

Ce triplet est appelé triplet des coordonnées de M.

On écrit : $M(x_M, y_M, z_M)$.

x_M est l'abscisse de M.

y_M est l'ordonnée de M.

z_M est la cote de M.

2- Représentation graphique d'une fonction de 2 variables

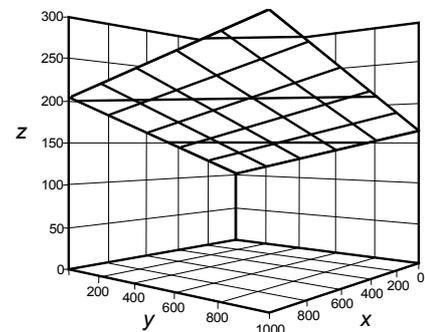
Une fonction f de deux variables associe à un couple de réels (x, y) un réel $z = f(x, y)$.

La représentation graphique d'une telle fonction est formée par l'ensemble des points de l'espace muni d'un repère ayant pour coordonnées $(x, y, f(x, y))$. Il s'agit en général d'une surface appelée surface d'équation $z = f(x, y)$.

Exemples

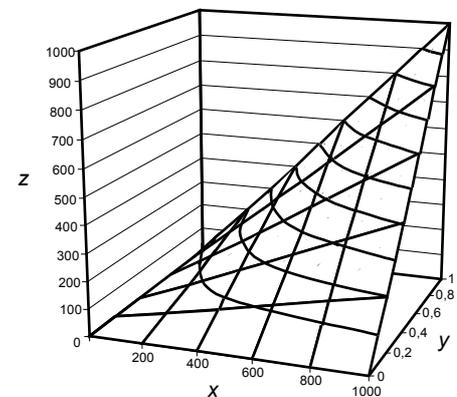
1- Le montant f de ma facture annuelle d'électricité (en €) dépend de x le nombre de kwh consommés le jour et de y le nombre de kwh consommés la nuit :

$$f(x, y) = 102 + 0,0628 x + 0,1028 y.$$



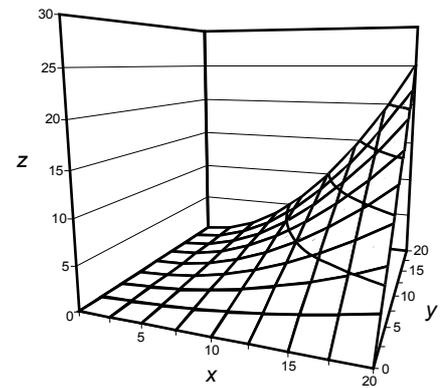
2- La tension u aux bornes d'une résistance (en V) dépend de x la valeur de cette résistance (en Ω) et de y l'intensité du courant qui la traverse (en A) :

$$u(x, y) = x \times y$$



3- Le volume v d'une casserole (en L) dépend de x son rayon (en cm) et de y la hauteur de ses bords (en cm) :

$$v(x; y) = \frac{\pi x^2 y}{100}$$



3- Courbes de niveau

Les courbes de niveau d'une surface sont les courbes obtenues en reliant les points de la surface qui ont la même cote.

Exemple

Sur la figure ci-contre obtenue avec un tableur, on a représenté la surface d'équation $z = x(5 - y)$ et un certain nombre de lignes de niveau.

Les coordonnées du point A sont (5, 1, 20). A se trouve donc sur la ligne de niveau de cote 20.

B et D sont sur la ligne de niveau de cote 10.

C est sur la ligne de niveau de cote -30.

